

# LOGIK UND MENGENLEHRE

## ÜBUNGSBLATT 9

1. Sei  $f : A \rightarrow B$  eine Abbildung, und  $X_1, X_2 \subseteq A$ . Man erkläre, mit der Hilfe der Prädikatenlogik, warum die Gleichung  $f(X_1 \cap X_2) = f(X_1) \cap f(X_2)$  nicht gilt. Man erinnert, dass die Eingeschlossenheit  $f(X_1 \cap X_2) \subseteq f(X_1) \cap f(X_2)$  schon gezeigt ist, und für die umgekehrte Eingeschlossenheit ein Gegenbeispiel gegeben wird.

2. Für jede Menge  $A$ , zeige man, dass eine Bijektion zwischen die Potenzmenge  $\mathcal{P}(A)$  und die Menge

$$\mathbf{2}^A = \{\chi : A \rightarrow \mathbf{2} \mid \chi \text{ eine Abbildung ist}\}$$

existiert. Hier  $\mathbf{2} = \{0, 1\}$  die BOOLEsche algebra mit zwei elemente ist.

3. Man klassifiziere die folgende Aussagen, mit der Hilfe der Normalformen:

- $\bar{x} \wedge (\bar{x} \vee y \rightarrow x)$ ;
- $(x \wedge \bar{y} \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow y)$ ;
- $(x \leftrightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow y)$ ;
- $(x \rightarrow y) \wedge (\bar{x} \vee ((\bar{y} \vee z) \rightarrow y))$ ;
- $x \wedge (x \rightarrow y) \rightarrow y$ .

4. Anna und Bernd betrachten eines abstrakten Bild. Bernd sagt: "In dem Bild gibt es 4 Quadraten und 3 Rechtecken." Anna antwortet: "Wenn du recht hast, dann existiert in dem Bild 2 Quadraten und 5 Rechtecken." Welche Behauptung ist wahr?

5. Man betrachte der Prädikat  $P : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{A}$ ,  $P(x, y) = "x \mid y"$  (hier  $\mathcal{A}$  ist die Menge aller logischen Aussagen).

- Man bestimme die Warheitswert der Aussagen  $P(2, 8)$ ,  $P(8, 2)$ ,  $P(5, 1)$ ,  $P(1, 5)$ .
- Man bestimme die Warheitsmengen der Prädikaten (in einer Variabel)  $P(1, x)$ ,  $P(2, x)$ ,  $P(x, 1)$ ,  $P(x, 2)$ ,  $P(x^2, x)$ ,  $P(x, x^2)$ ,  $P(x + 1, x + 4)$ ,  $P(x + 1, x^2 + 3x + 5)$ .
- Man bestimme die Warheitswert der Aussagen  $\exists x P(1, x)$ ,  $\forall x P(1, x)$ ,  $\exists x P(2, x)$ ,  $\forall x P(2, x)$ ,  $\exists x P(x^2, x)$ ,  $\forall x P(x^2, x)$ ,  $\exists x P(x, x^2)$ ,  $\forall x P(x, x^2)$ .
- Man bestimme die Warheitsmengen der Prädikaten (in einer Variabel)  $\exists x P(x, y)$ ,  $\forall x P(x, y)$ ,  $\exists y P(x, y)$ ,  $\forall y P(x, y)$ .
- Man bestimme die Warheitswert der Aussagen  $\exists x \exists y P(x, y)$ ,  $\forall x \forall y P(x, y)$ ,  $\forall x \exists y P(x, y)$ ,  $\exists y \forall x P(x, y)$ ,  $\forall y \exists x P(x, y)$ ,  $\exists x \forall y P(x, y)$ .

Man löse dieselbe Aufgaben für den Prädikat  $Q : \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \rightarrow \mathcal{A}$ ,  $Q(x, y) = "x \mid y"$  statt  $P$ .

"BABEȘ-BOLYAI" UNIVERSITÄT, FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK, RO-400084, CLUJ-NAPOCA, RUMÄNIEN

*E-mail address*, George Ciprian Modoi: `cmodoi@math.ubbcluj.ro`